приложения: материалы международной конференции. – Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2009. – Вып. 10. – С. 43-44.

3. Самигуллина А. Р. *Математическое моделирование объектов линейной алгебры и аналитической геометрии в системе компьютерной математики Maple* // Вестник ТГГПУ. – 2010. – № 3 (21). – С. 69–74.

И. М. Сарварова

Казанский (Приволжский) федеральный университет,

innasarvarova@rambler.ru

АНАЛОГ МЕТОДА КАСКАДНОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Речь идет об уравнении вида

$$y''(x) + a(x)y'(x) + b(x)y(x) = f(x). \tag{1}$$

В классическом каскадном методе [1, с. 177 – 181], разработанном для уравнения $u_{xy} + au_x + bu_y + cu = g$, существенную роль играют конструкции $h = a_x + ab - c$, $k = b_y + ab - c$: тождественное обращение в нуль любой из них обеспечивает разрешимость рассматриваемого уравнения в квадратурах. При $h \neq 0$ или $k \neq 0$ существует способ построения уравнений того же вида, что и исходное. Если для вновь построенных уравнений функции, играющие роль h, k, не обращаются в нуль, процедура продолжается многократно, приводя к целому каскаду уравнений с удвоением их числа на каждом шаге процесса. Для решения в квадратурах исходного уравнения достаточно, чтобы в квадратурах решалось хотя бы одно уравнение каскада.

Оказалось, что в случае уравнения (1) роль h, k играют не две, а три конструкции: $\alpha = a' - b$, $\beta = -b$, $\gamma = \left(\frac{a}{2}\right)' + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - b$. При этом каскад получается не с удвоением, а с утроением числа уравнений на каждом шаге. Так, для исходного уравнения (1) при $\alpha \neq 0$, $\beta \neq 0$, $\gamma \neq 0$ получаются соответственно уравнения

$$y''_\alpha + a_\alpha y'_\alpha + b_\alpha y_\alpha = f_\alpha, \quad a_\alpha = a - \frac{\alpha'}{\alpha}, \quad b_\alpha = -\alpha,$$

$$f_\alpha = f' + \left(a - \frac{\alpha'}{\alpha}\right) f; \tag{2}$$

$$y''_\beta + a_\beta y'_\beta + b_\beta y_\beta = f_\beta, \quad a_\beta = a - \frac{\beta'}{\beta}, \quad b_\beta = a' - \beta - \frac{\beta'}{\beta} a,$$

$$f_\beta = f' - \frac{\beta'}{\beta} f; \tag{3}$$

$$y''_\gamma + a_\gamma y'_\gamma + b_\gamma y_\gamma = f_\gamma, \quad a_\gamma = a - \frac{\gamma'}{\gamma},$$

$$b_\gamma = \left(\frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a}{2}\frac{\gamma'}{\gamma} + \left(\frac{a}{2}\right)' - \gamma, \quad f_\gamma = f' + f\left(\frac{a}{2}\gamma - \gamma'\right). \tag{4}$$

Для каждого из этих трех уравнений строятся указанные выше конструкции (например, для (2) имеем $\alpha_1 = a'_\alpha - b_\alpha$, $\beta_1 = -b_\alpha$, $\gamma_1 = \left(\frac{a_\alpha}{2}\right)' + \left(\frac{a_\alpha}{2}\right)^2 - b_\alpha$). Если хотя бы одна из построенных девяти конструкций окажется тождественным нулем, то (1) решается в квадратурах. В противном случае процесс продолжается.

Имеется еще одно различие с классическим процессом. Там функции h, k являются инвариантами мультипликативного преобразования искомой функции $u = \lambda(x, y)u(x, y)$. В случае же уравнения (1) подобным свойством обладают только конструкция γ и ее аналоги. Отсутствие указанной инвариантности у конструкций α, β и их аналогов построению каскада не мешает.

Для инвариантов γ_k нетрудно получить рекуррентную формулу

$$\gamma_k = \gamma_{k-1} - \frac{1}{2}\frac{\gamma''_{k-1}}{\gamma_{k-1}} - \left(\frac{1}{2}\frac{\gamma'_{k-1}}{\gamma_{k-1}}\right)^2, \qquad k = 1, 2, ..., \gamma_0 = \gamma.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Трикоми Ф. *Лекции по уравнениям в частных производных.* – М.: ИЛ, 1957. – 443 с.

О. А. Сачкова

Казанский (Приволжский) федеральный университет,

sachkova.olga@mail.ru

ПРОГРАММНЫЕ ПРОЦЕДУРЫ УПРАВЛЯЕМОЙ ОСНАЩЕННОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ ВИЗУАЛИЗАЦИИ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ОБЫКНОВЕННЫХ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

В работе представлены программные процедуры оснащенной динамической визуализации автоматизированного решения систем обыкновенных линейных дифференциальных уравнений. Графическая визуализация излагаемого материала с помощью системы компьютерной математики Maple и, особенно, динамическая визуализация помогают качественному усвоению абстрактного материала, а также более глубокому пониманию изучаемых объектов и явлений. Под оснащенной динамической визуализацией мы понимаем динамическое цифровое, языковое или графическое сопровождение динамической модели. Кроме того, мы будем говорить об управляемых